



прибутку податкової станції). Для кожного міста загальна сума його прибутку дорівнює сумі доходів, які воно отримує від усіх $100n - 1$ податкових станцій на дорогах, що виходять з цього міста.

Згідно нового закону, податкові збори деяких податкових станцій будуть надходити до федерального уряду замість сусідніх міст. Губернатору Лапландії дозволено вибрати ці податкові станції (з яких прибутки підуть до федерального уряду). Мери міст вимагають, щоб для кожного міста загальна сума його доходів, що залишилися від усіх інших податкових станцій, не задіяних цією зміною, становила принаймні 99% від його початкового загального доходу.

Знайдіть найбільше натуральне число k , в залежності від n , таке, що губернатор завжди може вибрати k податкових станцій, прибуток з яких піде до федерального уряду, при цьому задовольняючи вимогу мерів міст.

Задача Т-5

Дано гострокутний трикутник ABC , у якому $AB < AC$. Точкою D позначимо основу перпендикуляру, проведеного з точки A до BC . Нехай E — така точка, що $ABEC$ паралелограм. Точка M вибрана всередині трикутника ABC так, що $MB = MC$. Насамкінець, позначимо точку F , симетричну точці D відносно дотичної до описаного кола трикутника ADM , проведеної в точці M . Доведіть, що $AF = DE$.

Задача Т-6

Точка D всередині гострокутного трикутника ABC обрана так, що $\angle BDC = 180^\circ - \angle BAC$. Прямі BD та AC перетинаються в точці E , а прямі CD та AB — в точці F . Точки $P \neq E$ та $Q \neq F$ обрані на прямій EF так, що $BP = BE$ та $CQ = CF$. Припустимо, що відрізки AP та AQ перетинають описане коло ω трикутника ABC в точках $R \neq A$ та $S \neq A$, відповідно. Доведіть, що прямі RF та SE перетинаються на колі ω .

Задача Т-7

Дано таке натуральне число n , що сума додатних дільників числа $n^2 + n + 1$ ділиться на 3. Доведіть, що множину додатних дільників числа $n^2 + n + 1$ можна розбити на три підмножини так, щоб *добутки* усіх елементів кожної підмножини були однаковими.

Задача Т-8

Визначте, чи справджується наступне твердження для довільного многочлена P степені принаймні 2 з цілими невід'ємними коефіцієнтами:

Існує таке натуральне число m , що для нескінченної кількості натуральних чисел n число $P^n(m)$ має більше ніж n попарно різних додатних дільників.

Примітка. Тут P^n позначає P застосоване n разів, тобто $P^n(x) = \underbrace{P(P(\dots P(x) \dots))}_{n \text{ times}}$.